

Complexité paramétrée et nouveaux schémas énumératifs efficaces pour le RCPSP

Encadrant: Claire Hanen

April 2021

Contexte Un problème d’ordonnancement de type RCPSP (pour Resource Constrained Project Scheduling Problem) est défini par un ensemble de tâches liées par des contraintes de précédence, des contraintes de ressources cumulatives et des intervalles de réalisation. Plusieurs critères d’optimisation peuvent être définis. Ce problème très général possède des applications industrielles nombreuses (systèmes de production, gestion de projet, systèmes informatiques, informatique embarquée, parallélisme) et documentées depuis de nombreuses années [1]. Dans sa version la plus générale comme dans la plupart de ses cas particuliers, ce problème est NP-difficile au sens fort. Des algorithmes exacts spécifiques (de type Branch and bound), ou génériques (Constraint Programming, Mixed Integer Programming) ont été développés pour ce problème et ses sous-problèmes les plus classiques (problèmes à machines parallèles, problèmes à ressources cumulatives, problèmes Job-shop, Flow-shop, etc).

L’émergence, depuis le début des années 2000, de la complexité paramétrée [4] avec un nombre croissant de publications internationales sur ce sujet a renouvelé la compréhension de la difficulté des problèmes d’optimisation combinatoire. Cette approche détermine des paramètres pertinents qui permettent de construire des algorithmes appelés FPT (pour Fixed Parameter Tractable) de complexité en temps polynomiale lorsque la valeur du paramètre est fixé. Plus précisément la durée d’exécution d’un algorithme FPT est de la forme $\mathcal{O}(f(p).P(n))$ où n est la taille de l’instance, p son paramètre, P une fonction polynome et f une fonction quelconque. Au contraire, pour certains problèmes et paramètre fixé, cette approche établit qu’il n’existe pas d’algorithme FPT à moins que $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$.

Objectifs L’étude de la complexité paramétrée de problèmes combinatoires permet de comprendre comment certains paramètres spécifiques à chaque problème influencent la complexité du problème. Il s’agit donc d’une étude de complexité plus précise et qui peut déboucher sur des algorithmes exacts efficaces si les paramètres sont bornés. Peu de résultats ont été publiés à ce jour dans le domaine de l’ordonnancement [6, 5, 2, 3]; la majorité des résultats obtenus concernent des problèmes d’optimisation combinatoires sur les graphes. En ordonnancement, pour des tâches dépendantes, les paramètres habituellement

pris en compte sont la largeur du graphe de précédence et la durée maximale d'une tâche. Dans le cadre de cette thèse, on étudiera la pertinence d'autres paramètres comme par exemple le *pathwidth* en s'appuyant sur des travaux récents [6]. La thèse aura en premier lieu pour objectif de développer si cela est possible de nouveaux algorithmes paramétrés, et dans le cas contraire, de démontrer qu'il n'en n'existe pas pour ce paramètre à moins que $\mathcal{P} = \mathcal{NP}$. Il s'agira alors de faire émerger une cartographie de la complexité paramétrée pour les problèmes d'ordonnancement issus du RCPSP.

Au delà d'algorithmes énumératifs visant à montrer l'existence d'algorithmes FPT, le second objectif de la thèse visera à concevoir des algorithmes efficaces en pratique fondés sur ces nouveaux paradigmes, ce qui constitue une direction prometteuse pour l'ordonnancement en général. Il s'agira en particulier d'étudier l'intégration de techniques déjà éprouvées pour concevoir de bonnes méthodes exactes (dominances, décomposition, relaxations, bornes) et de les tester sur des jeux d'essais de référence.

Profil de l'étudiant Le candidat retenu doit être titulaire d'un master d'Informatique ou de mathématiques appliquées avec des compétences en informatique théorique ou en recherche opérationnelle.

References

- [1] Christian Artigues, Sophie Demassej, and Emmanuel Neron. *Resource-constrained project scheduling*. Wiley Online Library, 2008.
- [2] S. Bessy and R. Giroudeau. Parametrized complexity of a coupled-task scheduling problem. *Journal of Scheduling*, 22:305–313, 2019.
- [3] Hans L. Bodlaender and Marieke van der Wegen. Parameterized complexity of scheduling chains of jobs with delays. In Yixin Cao and Marcin Pilipczuk, editors, *15th International Symposium on Parameterized and Exact Computation, IPEC 2020, December 14-18, 2020, Hong Kong, China (Virtual Conference)*, volume 180 of *LIPICs*, pages 4:1–4:15. Schloss Dagstuhl - Leibniz-Zentrum für Informatik, 2020.
- [4] Marek Cygan, Fedor V. Fomin, Lukasz Kowalik, Daniel Lokshtanov, Daniel Marx, Marcin Pilipczuk, Michal Pilipczuk, and Saket Saurabh. *Parameterized Algorithms*. Springer Publishing Company, Incorporated, 1st edition, 2015.
- [5] Matthias Mnich and René van Bevern. Parameterized complexity of machine scheduling: 15 open problems. *Computers and Operations Research*, 100:254 – 261, 2018.
- [6] Alix Munier Kordon. A fixed-parameter algorithm for scheduling unit dependent tasks on parallel machines with time windows. *Discrete Applied Mathematics*, 290:1 – 6, 2021.